

Il Gas Ideale ed alcune applicazioni del Primo Principio

Termodinamica dell'Ingegneria Chimica

Il gas ideale

Il **gas ideale** talvolta denominato anche **gas perfetto** è un modello ideale di gas nel quale le molecole non interagiscono (o meglio interagiscono tra loro e con le pareti del recipiente mediante urti perfettamente elastici)

Per un gas ideale vale la seguente equazione volumetrica

$$P V = RT$$

in cui P è la pressione, V il volume molare, T la temperatura e R è la costante universale dei gas il cui valore è

$$R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol K})$$

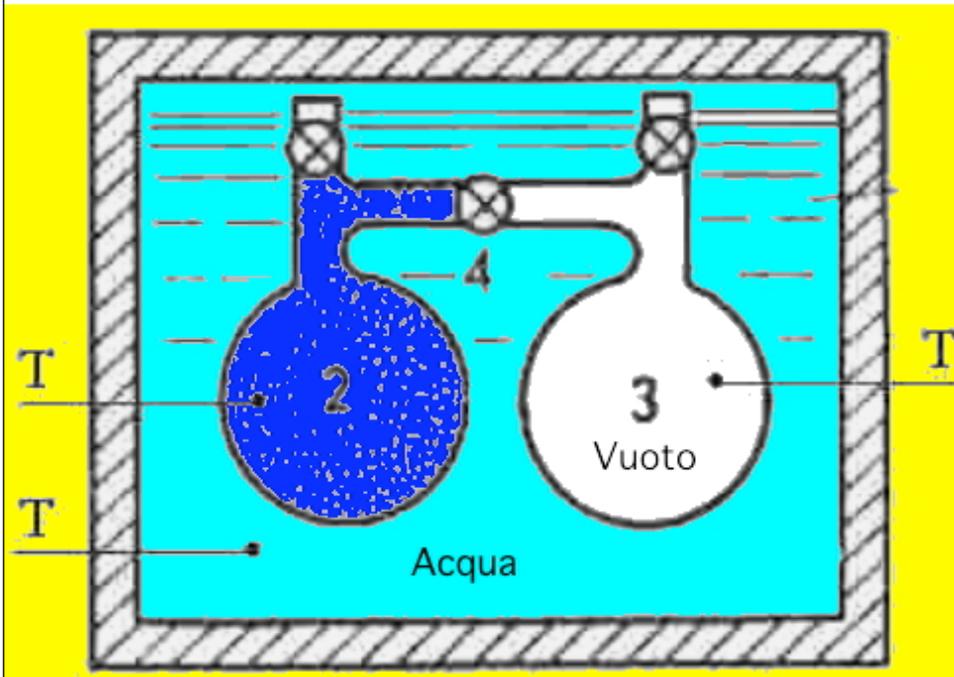
Il gas ideale

Inoltre, per un gas ideale, l'energia interna è funzione della sola temperatura:

$$U=U(T)$$

Questa relazione, facilmente dimostrabile utilizzando la teoria cinetica molecolare, è confermata dall'esperienza di Joule-Kelvin (espansione libera di un gas ideale)

Esperienza di Joule-Kelvin



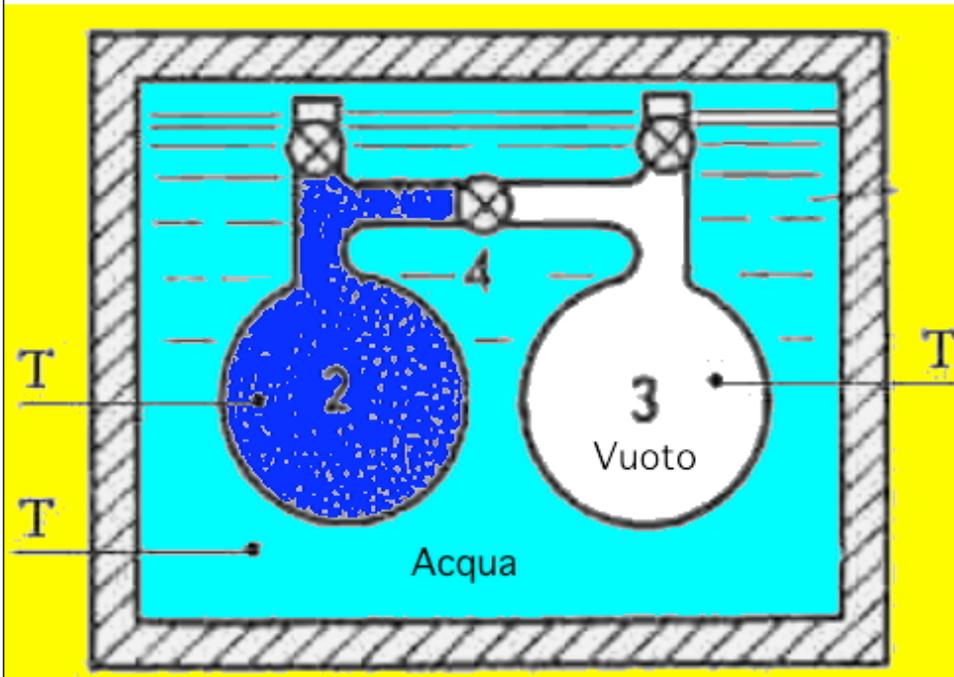
Un contenitore adiabatico contiene acqua in cui sono immersi due recipienti: il recipiente 2 contiene un gas (ideale), il recipiente 3 è vuoto.

All'istante 0 la valvola 4 viene aperta e il gas viene lasciato libero di riempire entrambi i recipienti

Si realizza pertanto una *espansione contro il vuoto**. La pressione del gas diminuisce, il suo volume (specifico) aumenta. Dopo aver dato tempo al sistema di portarsi all'equilibrio si misurano le temperature e si riscontra che la temperatura non è cambiata a valle dell'espansione del gas.

*NB. una espansione improvvisa non è un processo quasi statico

Esperienza di Joule-Kelvin



Il gas non ha compiuto lavoro, non ha scambiato calore e pertanto $dU=0$

Siccome la pressione e il volume sono cambiati si può affermare che l'energia interna di un gas ideale dipende dalla sola temperatura

Il Calore specifico di un gas ideale

$$C_v \equiv \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = \frac{dU}{dT} = C_v(T)$$

Il calore specifico a volume costante di un gas ideale dipende solo dalla temperatura

Il Calore specifico di un gas ideale

$$H \equiv U + PV = U(T) + RT = H(T)$$

Anche l'entalpia di un gas ideal dipende solo dalla temperatura

$$C_P \equiv \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = \frac{dH}{dT} = C_P(T)$$

Il calore specifico a pressione costante di un gas ideale dipende solo dalla temperatura

Relazione fra C_p e C_v

$$C_P \equiv \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = \frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + R = C_V + R$$

Sebbene sia C_p che C_v siano funzione della temperatura, la loro differenza è una costante pari alla costante universale dei gas

Processi isotermi (sistemi chiusi)

In un processo isoterma, l'energia interna e l'entalpia di un gas ideale non cambiano

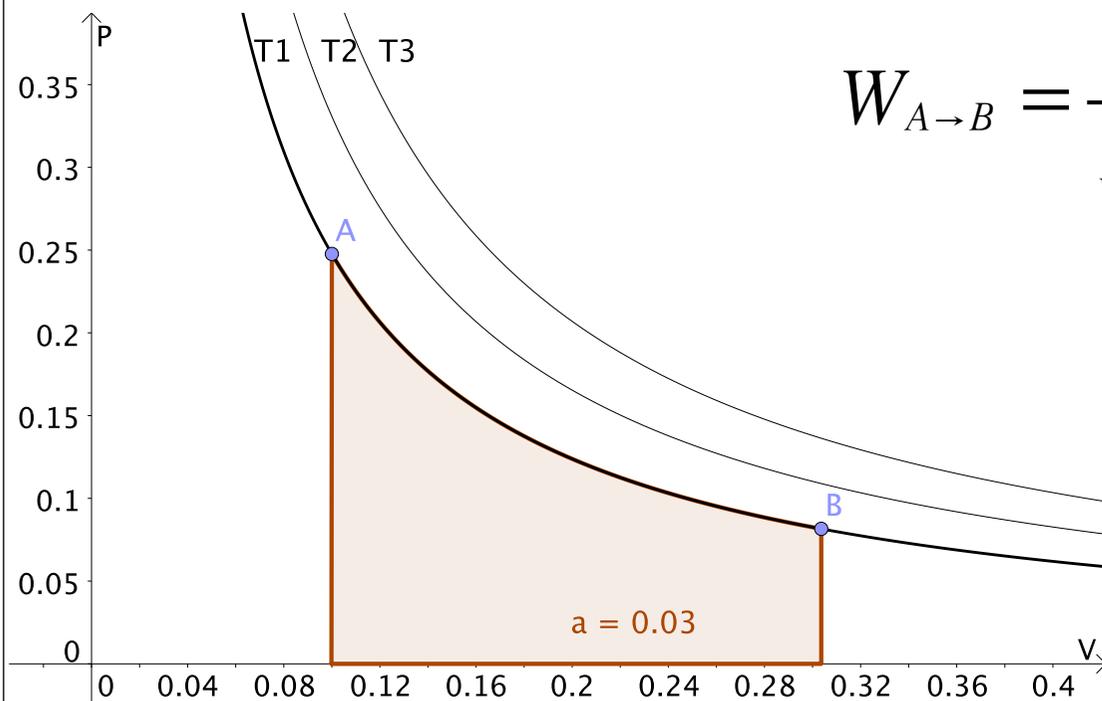
$$\Delta U = \Delta H = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} P_A V_A = RT_A \\ P_B V_B = RT_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{P_B}{P_A}$$

$$W_{A \rightarrow B} = - \int_{V_A}^{V_B} P dV = - \int_{V_A}^{V_B} \frac{P_A V_A}{V} dV =$$

$$- P_A V_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) = - RT \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$$

$$Q = -W$$



Processi isobari (sistemi chiusi)

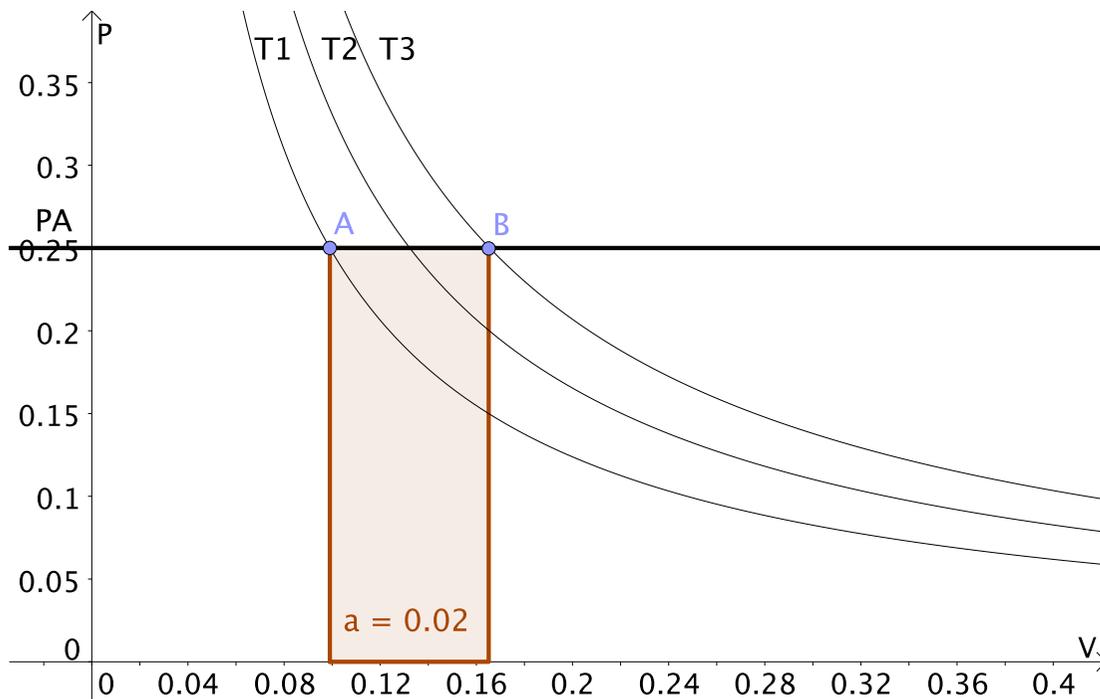
In un processo isobaro, la pressione non cambia

$$U=H-PV \Rightarrow \Delta U=\Delta H-P\Delta V \Rightarrow \Delta H=Q$$

$$\left. \begin{array}{l} P_A V_A = RT_A \\ P_B V_B = RT_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$Q_{A \rightarrow B} = C_P (T_B - T_A)$$

se C_P è costante



$$W_{A \rightarrow B} = -\int_{V_A}^{V_B} P dV = -P(V_B - V_A)$$

Processi isocori (sistemi chiusi)

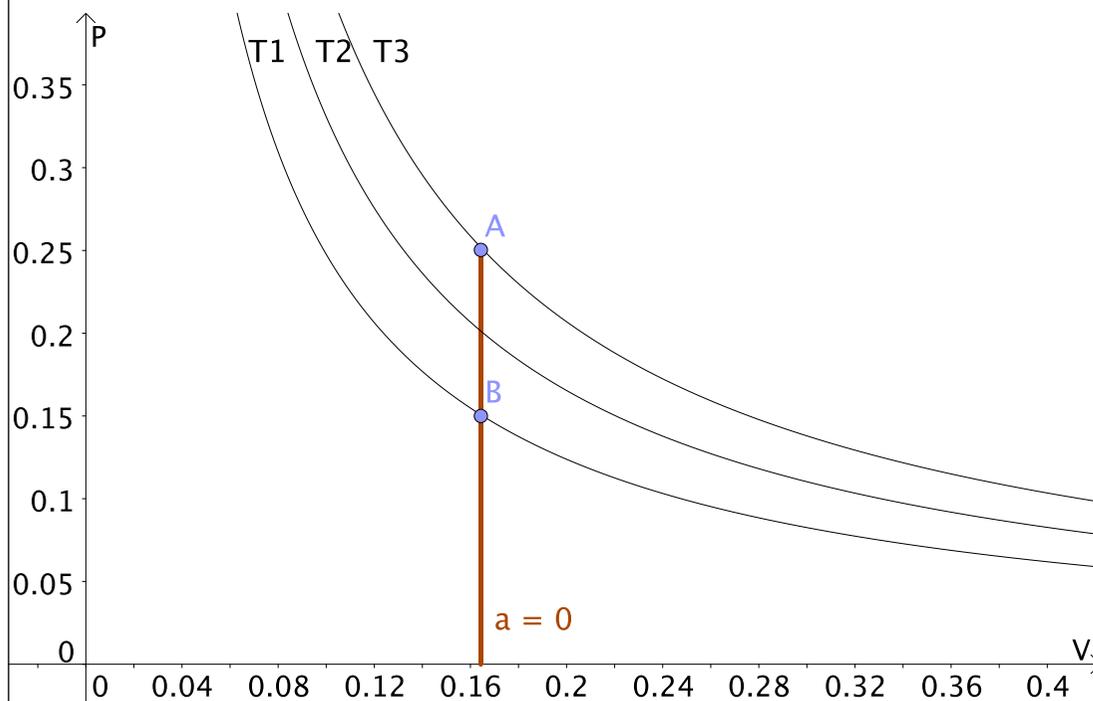
In un processo isocoro, il volume non cambia

$$\Delta U = Q$$

$$\left. \begin{array}{l} P_A V_A = RT_A \\ P_B V_B = RT_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$Q_{A \rightarrow B} = C_V (T_B - T_A)$$

se C_V è costante



$$W_{A \rightarrow B} = - \int_{V_A}^{V_B} P dV = 0$$

Processi adiabatici (sistemi chiusi)

In un processo adiabatico, il sistema non scambia calore con l'ambiente. In ogni porzione infinitesima della trasformazione

$$\delta Q = 0 \Rightarrow dU = -PdV$$

δQ è la quantità di calore scambiata nella porzione di trasformazione considerata

$$C_V dT = -PdV \Rightarrow C_V \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V}$$

da cui, integrando, si ottiene

$$\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{1-\gamma}$$

$$\text{con } \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V}$$

Processi adiabatici (sistemi chiusi)

$$\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{1-\gamma} \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V}$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_A V_A = RT_A \\ P_B V_B = RT_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{P_B T_A}{P_A T_B} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_B = P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_A$$

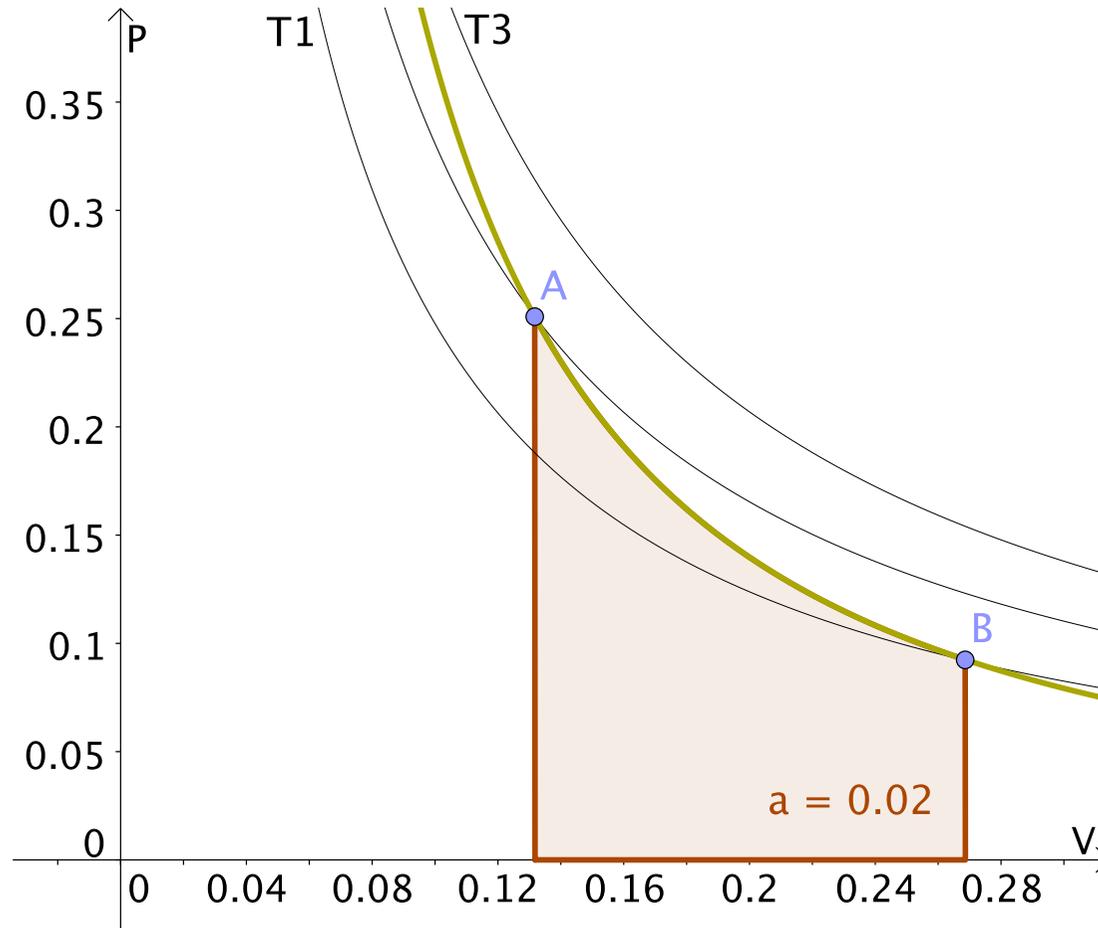
$$\left. \begin{array}{l} P_A V_A = RT_A \\ P_B V_B = RT_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma}$$

$$P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}$$

Processi adiabatici (sistemi chiusi)

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

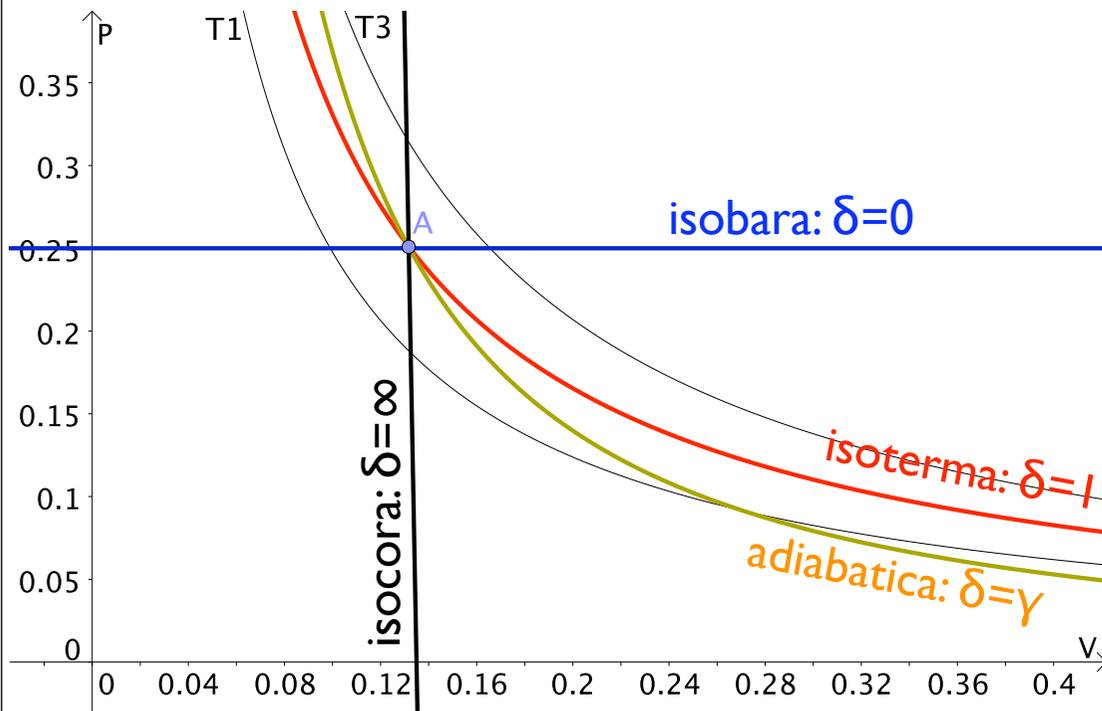
$$W_{A \rightarrow B} = - \int_{V_A}^{V_B} P dV = - P_A V_A^\gamma \int_{V_A}^{V_B} \frac{1}{V^\gamma} dV = \frac{P_A V_A}{\gamma - 1} (V_A^{1-\gamma} - V_B^{1-\gamma})$$



Processi “politropici”

Tutte le trasformazioni incontrate finora possono essere rappresentate da una equazione generale sul diagramma P-V

$$P V^{\delta} = \text{cost}$$



Una trasformazione politropica è caratterizzata dall'esponente δ che può assumere un valore qualsiasi nell'intervallo $-\infty .. +\infty$