

1. Dell'idrogeno sotto pressione è tenuto a 358K in un recipiente sferico in nickel, di diametro esterno 4.8m e di spessore 6cm. La concentrazione molare di idrogeno sulla superficie interna è 0.087Kmol/m^3 , mentre quella sulla superficie esterna è trascurabile. Determinare il flusso di massa dell'idrogeno attraverso il contenitore, se la diffusività è $\mathcal{D}=1.2 \cdot 10^{-12}\text{m}^2/\text{s}$

Ris. $\mathcal{W}_A=1.23 \cdot 10^{-7}\text{moli/s}$

Applichiamo un bilancio di materia in condizioni stazionarie fra le superfici "1" e "2"

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{velocità di} \\ \text{ingresso} \\ \text{della massa} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{velocità di} \\ \text{uscita} \\ \text{della massa} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{velocità di} \\ \text{produzione} \\ \text{della massa} \end{array} \right\} = 0$$

Nella nostra lastra non si produce materia. Quindi l'ultimo termine si annulla.

Il bilancio si scrive

$j_{Ar} S_{r_1} - j_{Ar} S_{r_1+\Delta r} = 0$ dove j_{Ar} è il flusso di materia del componente "A" (portata molare per unità di superficie) che attraversa ogni sezione perpendicolare a r

Si può scrivere

$$j_{Ar} 4\pi r^2 - j_{Ar} 4\pi (r+\Delta r)^2 = 0 \rightarrow j_{Ar} r^2 = \text{costante con } r = H \rightarrow j_{Ar} = H/r^2$$

Applichiamo l'equazione di Fick, che lega il flusso molare al gradiente di concentrazione:

$$j_{Ar} = -\mathcal{D} \frac{dc_A}{dr}$$

$$-\mathcal{D} \frac{dc_A}{dr} = H/r^2 \rightarrow \frac{dc_A}{dr} = -\frac{H}{\mathcal{D}} \frac{1}{r^2} \quad \text{se } \mathcal{D} \text{ è costante con } r$$

$$c_A - c_{A0} = \frac{H}{\mathcal{D}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

Se $r=r_1$ abbiamo che $c_A=c_{A1}$ e quindi

$$c_{A1} - c_{A0} = \frac{H}{\mathcal{D}} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) \rightarrow \frac{H}{\mathcal{D}} = (c_{A1} - c_{A0}) \frac{r_1 r_0}{(r_0 - r_1)}$$

In definitiva

$$c_A = c_{A0} + (c_{A1} - c_{A0}) \frac{r_1 r_0}{(r_0 - r_1)} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

$$N_{Ar} = \mathcal{D} (c_{A1} - c_{A0}) \frac{r_1 r_0}{(r_0 - r_1)} \frac{1}{r^2} = \mathcal{D} (c_{A0} - c_{A1}) \frac{r_1 r_0}{(r_1 - r_0)} \frac{1}{r^2}$$

$$\begin{aligned} \text{La portata è } \mathcal{W}_A &= 4\pi r^2 j_{Ar} = \mathcal{D} (c_{A0} - c_{A1}) \frac{r_1 r_0}{(r_1 - r_0)} = \\ &= 4\pi \cdot 1.2 \cdot 10^{-12} \text{m}^2/\text{s} \cdot (87 \text{moli/m}^3) \cdot 2.4\text{m} \cdot 2.34\text{m} / (2.4\text{m} - 2.34\text{m}) = \\ &= 1.23 \cdot 10^{-7} \text{moli/s} \end{aligned}$$

2. Un corpo a 25°C di superficie 0.3m² viene investito da una corrente di aria secca anch'essa a 25°C e ad 1atm, con una velocità di 2m/s. Si vuole determinare il coefficiente di scambio termico. A tal proposito, si ricopre il corpo con uno strato di naftalene (la cui diffusività a 25°C é $\mathcal{D}=6.1 \cdot 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$, e la cui tensione di vapore vale 11Pa), e si osserva che dopo 15min sono sublimati 12g di naftalene. Determinare il coefficiente di scambio termico. (Il peso molecolare del naftalene vale 128.2g/mole)

$$W_A = \text{MoliEvaporate}_A / M_A = 12\text{g} / (15 \cdot 60\text{s}) \text{ moli} / 128.2\text{g} = 1.04 \cdot 10^{-4} \text{moli/s}$$

$$k_c = W_A / (A \cdot c_{A0}) = 1.04 \cdot 10^{-4} \text{moli/s} / (0.3\text{m}^2 \cdot 8.314 \text{ Pa m}^3/\text{moleK} / 11\text{Pa} \cdot 298\text{K}) = 7.8 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$\text{Nu} / (\text{Re Pr}^{1/3}) = \text{Sh} / (\text{Re Sc}^{1/3}) \rightarrow \text{Nu} = \text{Sh} (\text{Pr}/\text{Sc})^{1/3}$$

$$h = k_c \cdot k / \mathcal{D} (\text{Pr} / (\mu/\rho\mathcal{D}))^{1/3} = 531 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\text{Ris. } h = 531 \text{ W/m}^2\text{K}$$

3. Dell'aria a 1atm viene soffiata su un termometro a mercurio, il cui bulbo è coperto da un panno immerso in un liquido organico (PM=58g/mole). Il termometro legge 7.6°C. A questa temperatura, la tensione di vapore del liquido è 5KPa, ed il suo calore latente di evaporazione $\lambda=360\text{KJ/Kg}$. Se il rapporto fra coefficiente di scambio termico e coefficiente di scambio di materia vale $h/k_c=2\text{KJ/m}^3\text{K}$, si trovi la temperatura dell'aria.

$$\text{Ris: } T_\infty = 29.9^\circ\text{C}$$

$$\text{A regime, } Q_{\text{conv}} + Q_{\text{evap}} = 0$$

$$Q_{\text{conv}} = h A (T_S - T_\infty)$$

$$Q_{\text{evap}} = W_A \Delta H_{\text{evap}}$$

$$W_A = k_c A (c_{A0} - c_\infty)$$

$$h A (T_S - T_\infty) + k_c A (c_{A0} - c_\infty) \Delta H_{\text{evap}} = 0$$

$$T_\infty = T_S + k_c / h (c_{A0} - c_\infty) \Delta H_{\text{evap}}$$

$$c_{A0} = c_{x_{A0}} = P^{\text{sat}} / RT = 2.14 \text{ moli/m}^3$$

$$T_\infty = 7.6^\circ\text{C} + \text{m}^3\text{K}/2000\text{J} (2.14 \text{ moli/m}^3) 360\text{J/g} \cdot 58\text{g/mole} = 7.6^\circ\text{C} + 22.3^\circ\text{C} = 29.9^\circ\text{C}$$

4. Aria atmosferica a 40°C viene soffiata su un termometro a bulbo umido. La lettura del termometro è 20°C. Calcolare la concentrazione di vapore d'acqua nella corrente. Determinare inoltre l'umidità relativa dell'aria.

$$\text{A regime, } Q_{\text{conv}} + Q_{\text{evap}} = 0$$

$$Q_{\text{conv}} = h A (T_0 - T_\infty)$$

$$Q_{\text{evap}} = W_A \Delta H_{\text{evap}}$$

$$W_A = k_c A (c_{A0} - c_\infty)$$

$$h A (T_0 - T_\infty) + k_c A (c_{A0} - c_\infty) \Delta H_{\text{evap}} = 0$$

$$c_\infty = c_{A0} + h/k_c (T_0 - T_\infty) 1/\Delta H_{\text{evap}}$$

Applichiamo l'analogia:

$$\text{Nu}/(\text{Re Pr}^{1/3}) = \text{Sh}/(\text{Re Sc}^{1/3}) \rightarrow \text{Nu} = \text{Sh} (\text{Pr}/\text{Sc})^{1/3}$$

$$h D/k = k_c D/\mathcal{D} (\text{Pr}/(\mu/\rho \mathcal{D}))^{1/3}$$

$$h/k_c = k/\mathcal{D} (\text{Pr}/(\mu/\rho \mathcal{D}))^{1/3}$$

$$c_\infty = c_{A0} + k/\mathcal{D} (\text{Pr}/(\mu/\rho \mathcal{D}))^{1/3} (T_0 - T_\infty) 1/\Delta H_{\text{evap}}$$

$$T_f = 30^\circ\text{C} \quad k = 0.0262 \text{ W/mK} \quad \mathcal{D} = 2.59 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{Pr}/(\mu/\rho \mathcal{D})) = 1.16$$

$$\Delta H_{\text{evap}}(20^\circ\text{C}) = 2488 \text{ J/g} = 44784 \text{ J/mole}$$

$$c_{A0} = P^{\text{sat}}(20^\circ\text{C})/(RT) = 0.023 \text{ atm mole K}/(82.05 \cdot 10^{-6} \text{ atm m}^3 \cdot 293 \text{ K}) = 0.96 \text{ moli/m}^3$$

$$c_\infty = c_{A0} + k/\mathcal{D} \text{Le}^{1/3} (T_0 - T_\infty) 1/\Delta H_{\text{evap}} =$$

$$= 0.96 \text{ moli/m}^3 + 0.0262 \text{ W/mK} \cdot \text{s}/2.59 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot 1.16^{1/3} \cdot (-20 \text{ K}) \text{ moli}/44784 \text{ J} =$$

$$= 0.96 \text{ moli/m}^3 - 0.47 \text{ moli/m}^3 = 0.485 \text{ moli/m}^3$$

$$\text{Essendo } P^{\text{sat}}(40^\circ\text{C}) = 0.073 \text{ atm} \quad c_{A\text{sat}} = 0.073 \text{ atm mole K}/(82.05 \cdot 10^{-6} \text{ atm m}^3 \cdot 313 \text{ K}) =$$

$$= 2.84 \text{ moli/m}^3$$

L'umidità relativa è $0.485/2.84 = 17\%$